

Zajęcia nr 6 - tajemnica powstawania tęczy

Ireneusz Mańkowski

I LO im. Stefana Żeromskiego w Lęborku

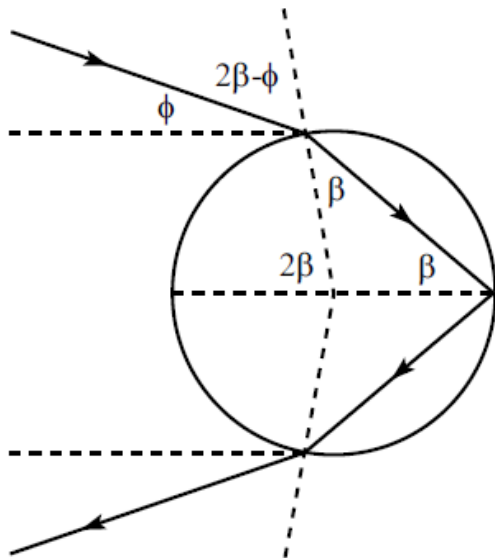
31 maja 2017



Tęcza – zjawisko optyczne i meteorologiczne, występujące w postaci charakterystycznego wielobarwnego łuku, widocznego, gdy Słońce lub Księżyc oświetla krople wody w atmosferze ziemskiej.

- Tęcza powstaje w wyniku **rozszczenia światła, załamującego się i odbijającego wewnątrz kropli wody** (np. deszczu) o kształcie zbliżonym do kulistego.
- Rozszczenie światła jest wynikiem zjawiska dyspersji, powodującego różnicę w kącie załamania światła o różnej długości fali przy przejściu z powietrza do wody i z wody do powietrza.
- Kiedy światło słoneczne przenika przez kropelki deszczu, woda rozprasza światło białe (mieszanie fal o różnych długościach) na składowe o różnych długościach fal (różnych barwach) i oko ludzkie postrzega wielokolorowy łuk.

Powstawanie tęczy głównej - rysunek



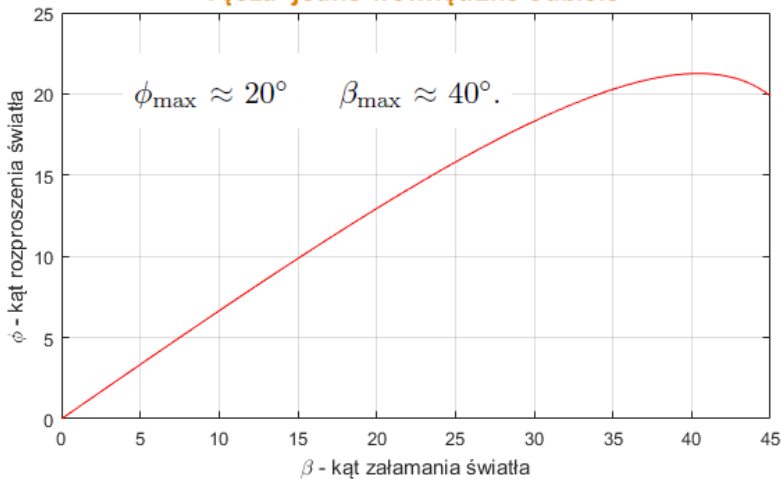
Z prawa załamania Snella dostajemy następujące wyrażenie:

$$\sin(2\beta - \phi) = \frac{4}{3} \sin \beta.$$

A po przekształceniu zależność kąta $\phi(\beta)$:

$$\phi = 2\beta - \arcsin\left(\frac{4}{3}\sin\beta\right).$$

Tęcza- jedno wewnętrzne odbicie

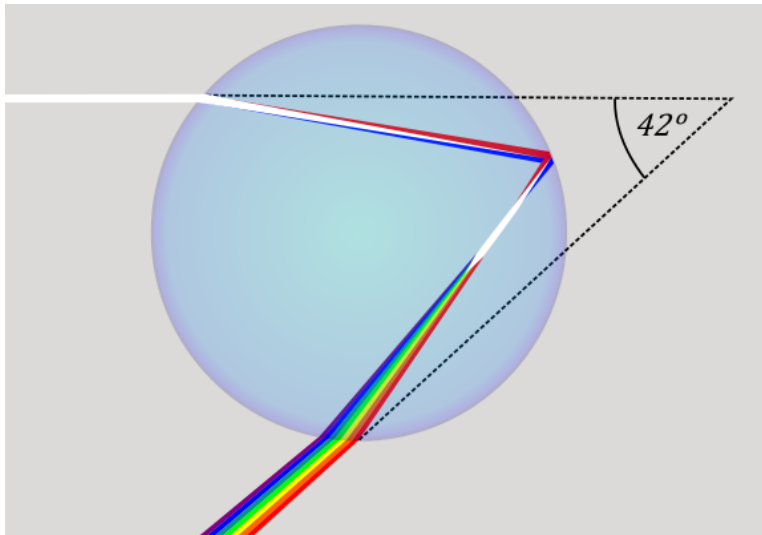


$$0 = 2 - \frac{\frac{4}{3} \cos \beta}{\sqrt{1 - \frac{16}{9} \sin^2 \beta}}.$$

$$\sin \beta_{\max} = \sqrt{\frac{5}{12}} \quad \Longrightarrow \quad \beta_{\max} \approx 40.2^\circ.$$

$$\phi_{\max} \approx 21.0^\circ.$$

A tak wygląda tęcza główna - rysunek

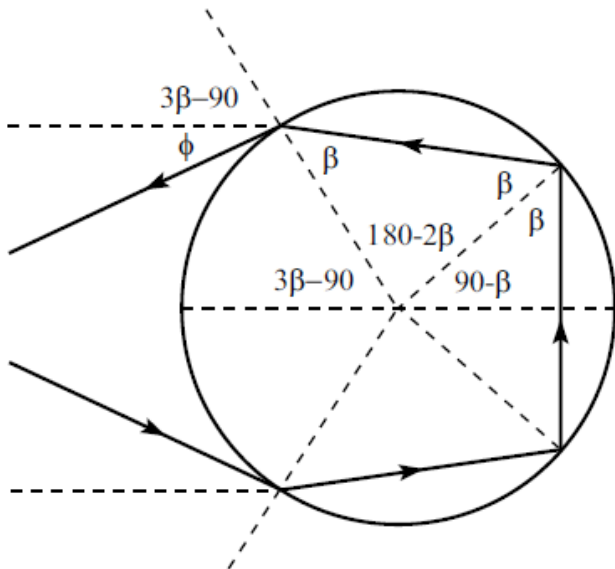


A jak wygląda tęcza wtórna ? - krótki opis



- Czasami można zaobserwować drugą (wtórną) mniej jasną tęczę, znajdującą się na zewnątrz tęczy właściwej.
- Tęcza wtórna tworzy łuk o kącie widzenia **50–53°** i powstaje w wyniku **dwukrotnego odbicia światła wewnątrz kropli wody**.
- Ponieważ odbicie zachodzi dwukrotnie, a różnice w kącie rozproszenia światła w zależności od miejsca padania światła na kroplę są większe, tęcza wtórna jest mniej intensywna i szersza od tęczy pierwotnej.

Tęcza wtórna (podwójna) - rysunek



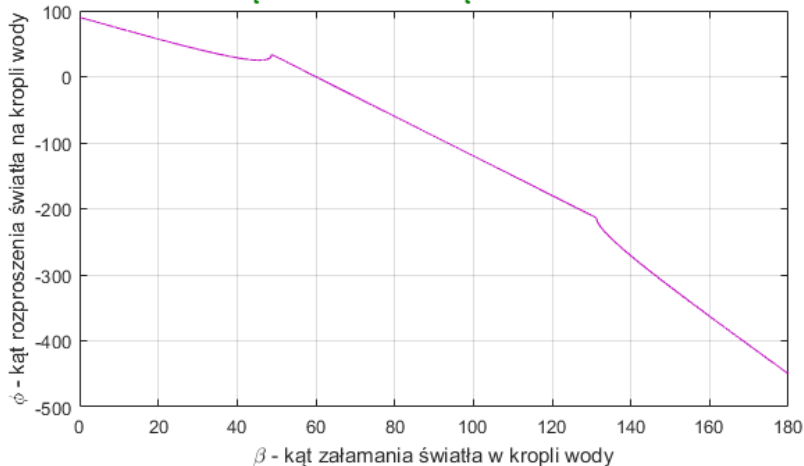
Z prawa załamania Snella dostajemy następujące wyrażenie:

$$\sin(3\beta - 90^\circ + \phi) = \frac{4}{3} \sin \beta.$$

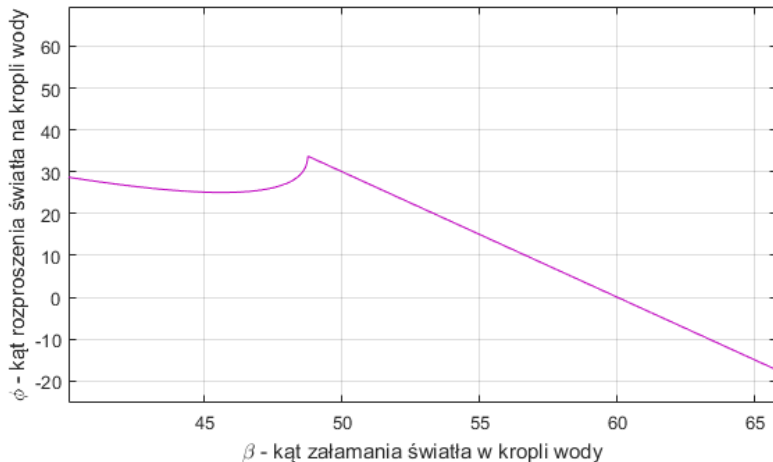
A po przekształceniu zależność kąta $\phi(\beta)$:

$$\phi = 90^\circ - 3\beta + \arcsin\left(\frac{4}{3}\sin\beta\right).$$

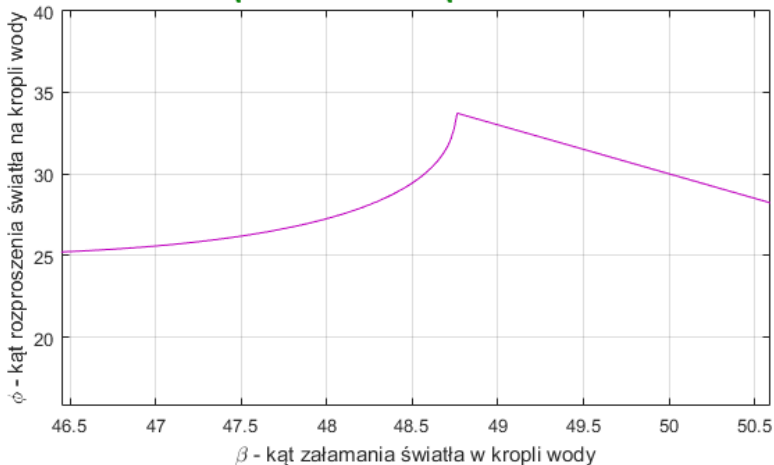
Tęcza - dwa wewnętrzne odbicia



Tęcza - dwa wewnętrzne odbicia



Tęcza - dwa wewnętrzne odbicia

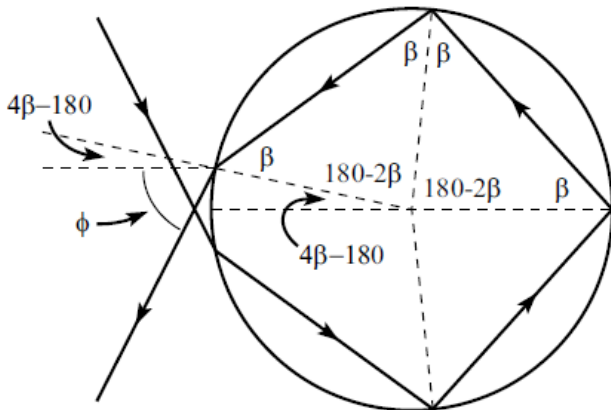


$$\sin \beta_{\min} = \sqrt{\frac{65}{128}} \quad \Rightarrow \quad \beta_{\min} \approx 45.4^\circ.$$

$$\phi_{\min} \approx 25.4^\circ.$$

- Trzecia (**potrójna**) tęcza powstaje pod kątem $317,5^{\circ}$ (czerwony) - $321,9^{\circ}$ (niebieski), co odpowiada kątowi $38,1^{\circ}$ - $42,5^{\circ}$ w kierunku słońca, jest ona około 4 razy słabsza od tęczy pierwotnej, do tego jest szersza, co jeszcze obniża jasność.

Tęcza wtórna (potrójna) - rysunek



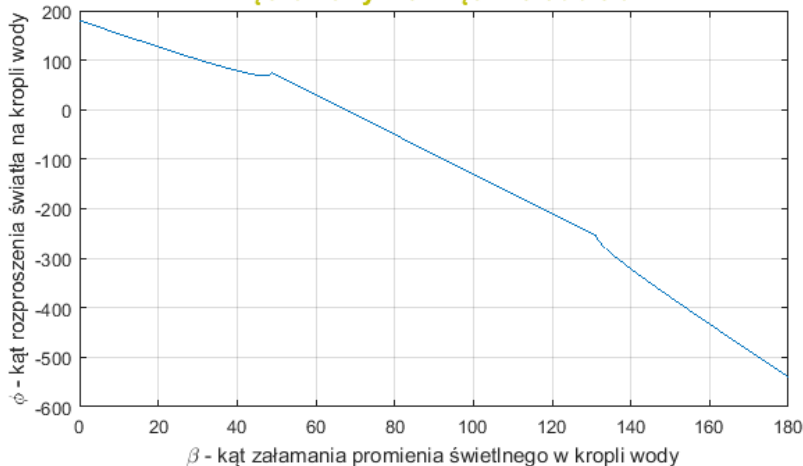
Z prawa załamania Snella dostajemy następujące wyrażenie:

$$\sin(4\beta - 180^\circ + \phi) = \frac{4}{3} \sin \beta.$$

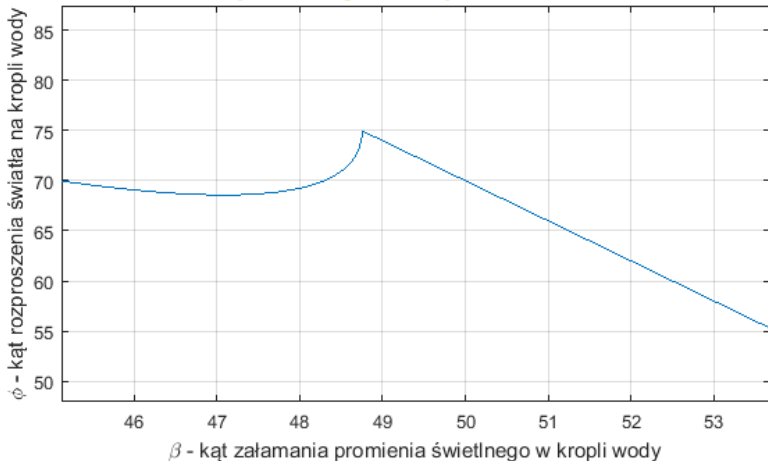
A po przekształceniu zależność kąta $\phi(\beta)$:

$$\phi = 180^\circ - 4\beta + \arcsin\left(\frac{4}{3}\sin\beta\right).$$

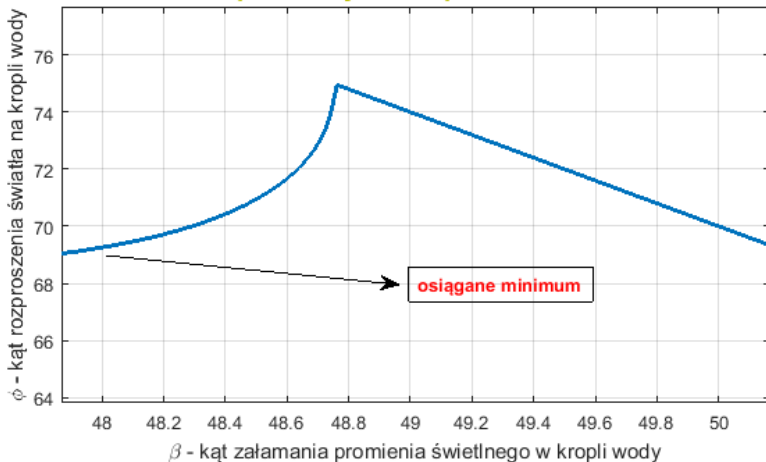
Tęcza - trzy wewnętrzne odbicia



Tęcza - trzy wewnętrzne odbicia



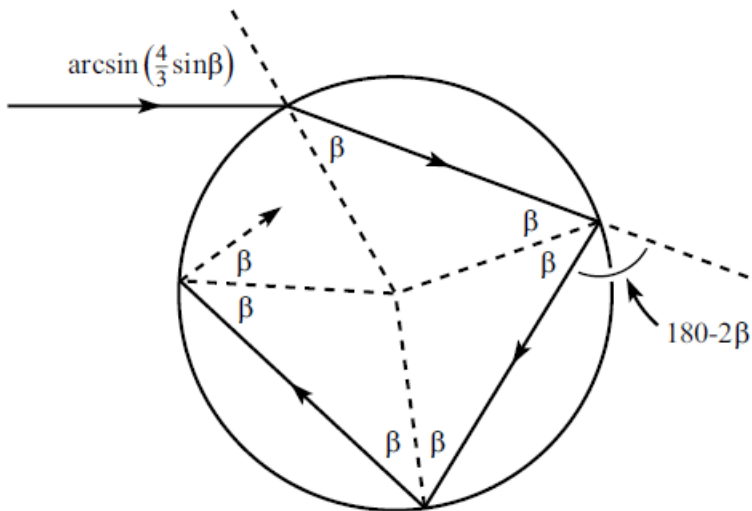
Tęcza - trzy wewnętrzne odbicia



$$\sin \beta_{\min} = \sqrt{\frac{8}{15}} \quad \Rightarrow \quad \beta_{\min} \approx 46.9^\circ.$$

$$\phi_{\min} \approx 69.2^\circ.$$

Tęcza wtórna (N -krotna) - uogólnienie



Całkowity kąt odbicia jest dany przez wyrażenie:

$$\Phi = 2 \left(\arcsin \left(\frac{4}{3} \sin \beta \right) - \beta \right) + N(180^\circ - 2\beta).$$

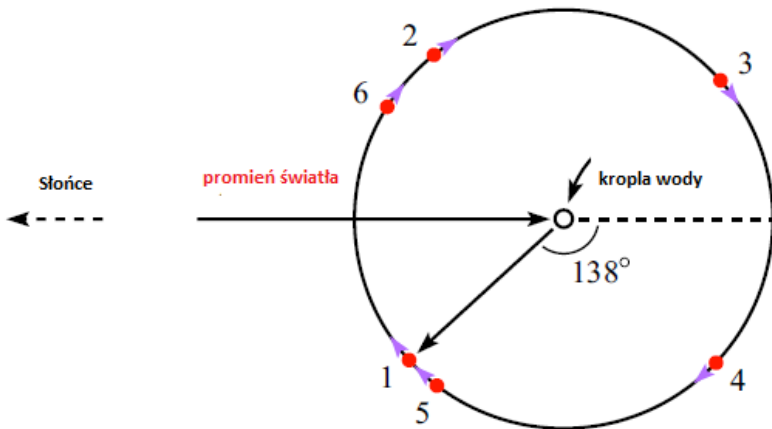
Ostateczne rozwiązanie - trudne !!



$$\sin \beta_0 = \sqrt{\frac{9(N+1)^2 - 16}{16[(N+1)^2 - 1]}}$$

N	Φ	$\Phi \pmod{360^\circ}$
1	138°	138°
2	231°	231°
3	318°	318°
4	404°	44°
5	488°	128°
6	572°	212°

Ostateczne rozwiązanie - trudne !!



Ostateczne rozwiązanie - obrócony rysunek

